

Chapitre 7 : Expériences aléatoires à plusieurs épreuves indépendantes.

Eliot ROY

2022-2023

Points du programme.

Thème : Probabilités.

Contenus :

- Probabilité associée à une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.
- Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli.

Capacités attendues :

- Représenter par un arbre de probabilités une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes et déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins.
- Représenter par un arbre de probabilités la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leq 4$ afin de calculer des probabilités.

Commentaires.

- Par analogie avec les calculs de proportions de proportions, l'élève perçoit que le modèle adapté à une expérience à deux épreuves indépendantes est celui de la probabilité produit.
- Pour la répétition d'épreuves de Bernoulli, on retient que le modèle adapté est celui pour lequel la probabilité de la liste des résultats représentée par un chemin est le produit des probabilités figurant sur chaque arête.

Activité 1.

I Expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.

I.1 Arbre de probabilité.

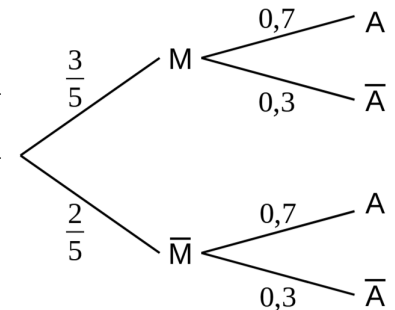
Une expérience aléatoire est représentée par un arbre de probabilité lorsqu'elle est composée de plusieurs épreuves.

Définition : Un arbre de probabilité est dit pondéré si chaque issue est représentée par une unique branche sur laquelle on note la probabilité correspondante.

On dit que deux épreuves sont indépendantes lorsque les résultats de l'une n'influencent pas la probabilité des résultats de l'autre.

Exemple : On tire au hasard le dossier d'un élève parmi ceux de la classe 1ST2S2. On regarde son collège d'origine (M : Myriam Makeba et $\bar{M}$: Jean Jaures), et sa LV1 (A : Anglais et $\bar{A}$: autre).

D'après l'arbre ci-contre, la probabilité qu'il vienne du collège Myriam Makeba est $\frac{3}{5}$ et, quel que soit son collège d'origine, la probabilité qu'il ait choisi l'anglais LV1 est 0,7.



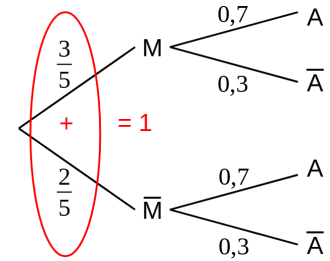
On observe que les événements « L'élève vient du collège Myriam Makeba », et l'évènement A : « L'élève a choisi l'anglais LV1 » sont indépendants car la probabilité de A est la même que l'évènement M soit réalisé ou non.

I.2 Calculer des probabilités avec un arbre.

Propriété : - La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités situées sur les branches qui le composent.

- La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même noeud est égale à 1.
- La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités de tous les chemins menant à cet évènement.

Exemple : Reprenons l'exemple précédent. La probabilité qu'un élève de la classe vienne du collège Jean Jaures et qu'il ait fait anglais LV1, notée $P(\bar{M} \cap A)$, vaut $P(\bar{M} \cap A) = \frac{2}{5} \times 0,7 = 0,28$.



Objectif : Représenter par un arbre de probabilités une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes et déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins.

Communs : Exercices 16, 17 page 200, 31 page 202

Pour les plus rapides : Exercices 30, 32, 33 page 202.

Activité 2 : n°2 page 190.

II Répétitions de plusieurs épreuves identiques et indépendantes de Bernoulli.

II.1 Épreuve de Bernoulli.

Définition : Une épreuve de Bernoulli de paramètre p est une expérience présentant deux issues contraires :

- l'une est appelée « succès », notée S , de probabilité p ;
- l'autre est appelée « échec », noté $\bar{S}$, de probabilité $1 - p$.

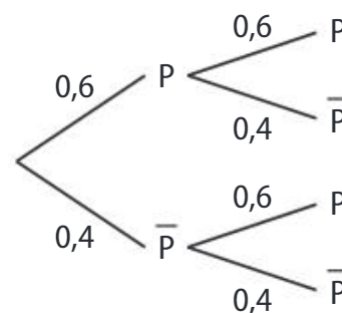
Exemple : On lance une pièce truquée de sorte que la probabilité d'obtenir le côté « pile » soit égale à 0,6. On note P l'issue « obtenir pile », et $\bar{P}$ l'issue « obtenir face ». Cette expérience est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,6$.

II.2 Schéma de Bernoulli.

Définition : Un schéma de Bernoulli est la répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. Les paramètres d'un schéma de Bernoulli sont :

- le nombre n de répétitions de l'épreuve de Bernoulli ;
- la probabilité de succès p de cette épreuve.

Exemple : Reprenons l'exemple précédent, et imaginons qu'on lance deux fois de suite la pièce de monnaie. Cette expérience est alors un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 2$ et $p = 0,6$.



L'évènement « obtenir une fois seulement pile » est constitué des deux issues $P\bar{P}$ et $\bar{P}P$. Sa probabilité est donc $0,6 \times 0,4 + 0,6 \times 0,4 = 0,48$.

Objectif : Représenter par un arbre de probabilités la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leq 4$ afin de calculer des probabilités.

Communs : Exercices 18 page 200, 19 page 201, 34, 35, 37 page 202.

Pour les plus rapides : Exercices 20, 21 page 201, 36, 38 page 202.