

Chapitre 5 : Probabilités conditionnelles.

Eliot ROY

2022-2023

Points du programme.

Thème : Probabilités.

Contenus : Probabilité conditionnelle ; notation $P_A(B)$.

Capacités attendues : Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les événements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs.

Commentaires.

- On explicite l'expérience aléatoire sous-jacente qui consiste à prélever au hasard un individu dans la population étudiée.
- Il s'agit, en classe de première, de transposer aux probabilités conditionnelles le travail sur les fréquences conditionnelles, en calculant la probabilité de B sachant A sous la forme $P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$.
La représentation à l'aide d'un arbre de probabilité et la formule des probabilités totales relèvent du programme de la classe de terminale.
- Des situations issues de différents domaines (économique, industriel, médical) sont proposées. Ce travail permet notamment de donner du sens au vocabulaire des tests diagnostiques : faux positifs, faux négatifs, spécificité et sensibilité d'un test.

Activité 2 page 168.

I Cardinal d'un ensemble.

Définition : Soit A un évènement de Ω .

On appelle cardinal de A , et on note $\text{Card}(A)$, le nombre d'issues qui réalisent l'évènement A .

Exemple : Voici la répartition de 200 coureurs cyclistes selon la tranche d'âge et la nationalité :

Nationalité \ Âge	Âge		Total
	Moins de 25 ans	25 ans ou plus	
française	10	30	40
étrangère	20	140	160
Total	30	170	200

On choisit au hasard un individu dans la population. On note F l'évènement « le coureur choisi est français ». Puisqu'il y a 40 coureurs français au total, $\text{Card}(F)=40$.

De même, si on note M l'évènement « le coureur a moins de 25 ans », alors $\text{Card}(M)=30$ puisqu'il y a 30 coureurs qui ont moins de 25 ans.

Puisqu'il y a 10 coureurs français **et** âgés de moins de 25 ans, on a $\text{Card}(F \cap M)= 10$.

II Probabilité conditionnelle de l'évènement B sachant l'évènement A.

Dans cette partie, on notera Ω l'univers.

Définition : Soient A et B deux évènements de Ω tels que $\text{Card}(A) \neq 0$.

La probabilité que l'évènement B soit réalisé sachant que l'évènement A est réalisé, appelée probabilité conditionnelle de B sachant A, est le nombre noté $P_A(B)$ égal à :

$$P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$$

Remarque : Il ne faut pas confondre $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

Exemple : Reprenons l'exemple précédent.

La probabilité que le coureur choisi ait moins de 25 ans sachant qu'il est français est

$$P_F(M) = \frac{\text{Card}(F \cap M)}{\text{Card}(F)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Par contre, la probabilité que le coureur soit français sachant qu'il a moins de 25 ans est

$$P_M(F) = \frac{\text{Card}(F \cap M)}{\text{Card}(M)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

Objectif : Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les évènements sont présentés sous la forme d'un tableau croisé d'effectifs.

Communs : Exercices 22, 23 page 176, 31 page 177, 32, 33 page 178.

Pour les plus rapides : Exercices 39, 40, 41 page 186.