

Chapitre 3 : Fréquences conditionnelles.

Eliot ROY

2022-2023

Points du programme.

Durée : 2 semaines.

Thème : Statistiques.

Contenus.

- Tableau croisé d'effectifs.
- Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.

Capacités attendues.

- Calculer des fréquences conditionnelles et marginales.
- Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.

Commentaires.

- L'étude des fréquences conditionnelles permet un travail sur la langue française en considérant les formulations usuellement utilisées dans les médias.
- Des variables catégorielles de natures diverses sont étudiées : nominales (profession, espèce, département de résidence) ou définies par des intervalles (classe d'âge, temps de transport...).
- Les élèves travaillent avec des données réelles dans des domaines variés (sécurité routière, démographie, économie, agronomie...).
- Au moins un traitement statistique de fichier de données individuelles anonymes est proposé, issu par exemple du web (OpenDate...).

Algorithmique.

- A partir de deux listes représentant deux caractères d'individus, déterminer un sous-ensemble d'individus répondant à un critère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).
- Dresser le tableau croisé de deux variables catégorielles à partir du fichier des individus et calculer des fréquences conditionnelles ou marginales.

Activité 1 page 168.

1 Tableau croisé d'effectifs.

Définitions 1 :

- Un tableau croisé d'effectif est un tableau dans lequel les valeurs d'un caractère sont présentées en ligne et celles de l'autre caractère sont présentées en colonne.
- A l'intersection d'une ligne et d'une colonne se trouve le nombre d'individus présentant simultanément la valeur du premier caractère correspondant à la ligne et la valeur du deuxième caractère correspondant à la colonne.
- L'effectif marginal d'une valeur d'un caractère est le nombre d'individus de la population présentant cette valeur du caractère : il est présenté en marge du tableau.

Exemple : On étudie la taille (en cm) et la masse (en kg) d'une population. On obtient l'observation suivante sur un échantillon de 10 personnes :

Taille (en cm)	178	175	182	183	177	182	185	190	183	182
Masse (en kg)	71	71	78	75	70	78	78	82	82	77

A partir de cette observation, on peut construire le tableau croisé d'effectifs suivant :

Taille \ Masse	175	177	178	182	183	185	190	Effectifs des masses
70	0	1	0	0	0	0	0	1
71	1	0	1	0	0	0	0	2
75	0	0	0	0	1	0	0	1
77	0	0	0	1	0	0	0	1
78	0	0	0	2	0	1	0	3
82	0	0	0	0	1	0	1	2
Effectifs des tailles	1	1	1	3	2	1	1	10

- 1) Combien y a-t-il de personnes qui mesurent 182 cm et qui pèsent 78 kg ?
- 2) Combien y a-t-il de personnes qui pèsent 82 kg ?

Objectif : Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.
Exercices 17 et 18 page 175. Exercice 26 page 176.
Exercices 1 à 5 fiche. Exercices 35, 36 page 181.

2 Fréquence marginale.

Définition 2 : La fréquence marginale d'une valeur d'un caractère est le quotient de l'effectif marginal de cette valeur par l'effectif total de la population.

Exemple : Voici la répartition de 200 coureurs cyclistes selon la tranche d'âge et la nationalité :

Nationalité \ Âge	Moins de 25 ans	25 ans ou plus	Total
française	10	30	40
étrangère	20	140	160
Total	30	170	200

L'effectif marginal de la valeur « française » est 40 : la fréquence marginale de la valeur « française » est donc $\frac{40}{200} = 0,2$ soit 20%.

Objectif : Calculer des fréquences marginales.
Exercices 6 à 10 fiche n°2.
Exercices 11, 12, 13 fiche n°2.

3 Fréquence conditionnelle.

Définition 3 : Considérons deux caractères A et B , et notons a et b deux valeurs prises respectivement par les caractères A et B .

La fréquence conditionnelle de la valeur a sachant la valeur b est le quotient du nombre d'individus présentant les valeurs a et b , noté $n_{a \cap b}$, par l'effectif marginal de la valeur b , noté n_b : on note $f_b(a) = \frac{n_{a \cap b}}{n_b}$.

Exemple : Reprenons l'exemple précédent. La fréquence conditionnelle de la valeur « moins de 25 ans » sachant la valeur « française » est égale à $\frac{10}{40} = 0,25$ soit 25%. Parmi les coureurs français, il y a donc 25% de coureurs de moins de 25 ans.

A partir des fréquences conditionnelles, on peut être amené à compléter un tableau croisé d'effectifs.

Exemple : Compléter le tableau ci-contre synthétisant les effectifs des étudiants, en milliers, à la rentrée 2016 en fonction de leur sexe et de la discipline étudiée.

Sexe Discipline	Femmes	Hommes	Total	Fréquence de femmes
Droits, sciences politiques			205,4	65,3%
Arts, lettres			93,9	69,6%
Langues			111,8	73,7%
Sciences fondamentales			244,1	25,6%
STAPS			55,1	29%
Médecine			144,1	62,4%

Pour chaque discipline, on a $f_{\text{femmes}} = \frac{\text{Effectif des femmes dans la discipline}}{\text{Effectif total de la discipline}}$.

En Droits par exemple, on a $0,653 = \frac{n_{\text{femmes} \cap \text{droits}}}{205,4}$ donc $n_{\text{femmes} \cap \text{droits}} = 0,653 \times 205,4 \approx 134,1$.

On en déduit alors l'effectif des hommes en droits : $n_{hommes \cap droits} = 205,4 - 134,1 = 71,3$.

On raisonne de la même manière pour les autres disciplines, ce qui permet d'obtenir le tableau ci-dessous :

Sexe Discipline	Femmes	Hommes	Total	Fréquence de femmes
Droits, sciences politiques	134,1	71,3	205,4	65,3%
Arts, lettres	65,4	28,5	93,9	69,6%
Langues	82,4	29,4	111,8	73,7%
Sciences fondamentales	62,5	181,6	244,1	25,6%
STAPS	16,0	39,1	55,1	29%
Médecine	90,1	54,3	144,1	62,4%

Objectif : Calculer des fréquences conditionnelles.

Exercices 14 à 20 fiche n°3.

Exercices 21, 22 fiche n°3.

Exercices problèmes.