

Algèbre et géométrie : leçon 101 à 133.

N°	Titre	Développement	Référence
101	Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples	Cyclicité de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$	Développement 7 page 331, Sopena
102	Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.	Dénombrement des éléments de S_6	Développement 17 page 366, Sopena
103	Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.	Critère d'Eisenstein	Développement 29 page 407, Sopena
104	Structures quotients, exemples et applications.	Idéal premier, idéale maximal, et applications	Page 354, Sopena
105	Nombres premiers. Propriétés et applications.	Cyclicité de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$	Développement 7 page 331, Sopena
106	Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.	Idéal premier, idéale maximal, et applications	Page 354, Sopena
107	PGCD dans $\mathbb{Z}$ et $K[X]$ où K est un corps commutatif, théorème de Bézout. Algorithme d'Euclide. Applications.	Lemme des noyaux ou Critère d'Eisenstein	Kieffer Sopena
108	Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.	D'Alembert Gauss	Kieffer
109	Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines. Applications.	Théorème de Kronecker	Sopena
110	Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.	Matrice de Gram	Développement 7 page 220, Ketrane
111	Formes linéaires, hyperplans, dualité en dimension finie. Exemples.	Base anté-duale + exemple	Kieffer page 80
112	Déterminant. Applications.	Matrices de Gram	Développement 7 page 220, Ketrane
113	Systèmes d'équations linéaires. Applications.	Factorisation LU	Développement 10 page 341, Sopena
114	Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Aspects algorithmique.	Générateurs de $Sl_n(K)$ et $GL_n(K)$	Page 119, Kieffer
115	Diverses factorisations de matrices. Applications.	Décomposition polaire	Développement 23 page 387, Sopena
116	Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications.	Décomposition carré d'une forme quadratique	Sopena page 380
117	Valeurs propres et vecteurs propres. Recherche et utilisation.	Théorème Spectral	Développement 2 page 313, Sopena
118	Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.	Décomposition de Dunford + exemple	Kieffer page 252
119	Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.	Cayley Hamilton	Pruneau
120	Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.	Théorème Spectral	Développement 2 page 313, Sopena
121	Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.	Théorème Spectral	Développement 2 page 313, Sopena
122	Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.	Trigonalisation simultanée	Page 148, Deschamps II
123	Groupe linéaire $GL(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E . Sous-groupes. Applications.	Générateurs de $Sl_n(K)$ et $GL_n(K)$	Kieffer
124	Barycentres. Applications.	Théorème de Gauss-Lucas + épigraphe convexe	Kieffer page 189
125	Applications affines en dimension	Groupe des homothéties-	Page 195, Kieffer

	finie. Propriétés et exemples.	translations	
126	Espaces préhilbertiens réels. Orthogonalité, projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Applications.	Droite de régression linéaire + Décomposition QR si trop court	Développement 19 page 372, Sopena Exercice 46 page 201, Pulkowski
127	Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications aux coniques.	Théorème de Sylvester	Page 88, Sopena
128	Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.	Classification des endomorphismes orthogonaux (c'est-à-dire des isométries vect)	Kieffer
129	Isométries du plan affine euclidien, décomposition canonique. Applications.	Décomposition canonique d'une isométrie	Combes page 163
130	Utilisation des nombres complexes en géométrie.	Théorème de Joachimstal	Pasquier
131	Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.	Théorème de Kronecker	Développement 16 page 363, Sopena
132	Utilisation de groupes en géométrie.	Groupe des isométries du cube	Page 293, Kieffer
133	Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.	Groupe des isométries du cube	Page 293, Kieffer

Algèbre et géométrie : planches 301-329

301	Exercices sur les groupes	Cyclicité de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$	Sopena
302	Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini	Dénombrement des éléments de S_6	Page 366, Sopena
303	Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie	Groupe des isométries du cube ou Groupe des isométries du tétraèdre	Page 293, Kieffer Sopena
304	Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans $\mathbb{Z}$	Critère d'Eisenstein	Développement 29 page 407, Sopena
305	Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM dans $\mathbb{Z}$, $K[X]$	Critère d'Eisenstein	Développement 29 page 407, Sopena
306	Exercices illustrant l'utilisation des nombres premiers	Cyclicité de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$	Développement 7 page 331, Sopena
307	Exercices utilisant les corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	Système RSA ou cyclicité $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	Exercice 3 page 163, Sopena
308	Exercices sur les polynômes et les fractions rationnelles	Diagonalisation par blocs	Développement 9 page 338, Sopena
309	Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes	Cayley Hamilton	Pruneau
310	Exercices faisant intervenir des dénombrements	Dénombrement des éléments de S_6	Développement 17 page 366, Sopena
311	Exercices faisant intervenir des changements de base en algèbre linéaire et bilinéaire	Décomposition polaire	Développement 23 page 387, Sopena
312	Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices	Diagonalisabilité par blocs	Page 338 Sopena
313	Exercices illustrant la notion de rang	Matrices de Gram	Développement 7 page 220, Ketran
314	Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires	Factorisation LU	Développement 10 page 341, Sopena
315	Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice. Aspects algorithmiques	Factorisation LU	Développement 10 page 341, Sopena
316	Exercices sur les endomorphismes diagonalisables ou trigonalisables	Diagonalisation simultanée	Développement 9 page 227, Ketran
317	Exercices utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent	Décomposition de Dunford	Développement 4 page 209, Ketran
318	Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés	Décomposition polaire	Développement 23 page 387, Sopena
319	Exercices illustrant l'utilisation de déterminants	Factorisation LU	Développement 10 page 341, Sopena
320	Exercices illustrant l'utilisation de décompositions de matrices.	Décomposition polaire	Développement 23 page 387, Sopena
321	Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés	Décomposition polaire	Développement 23 page 387, Sopena
322	Exercices sur les formes quadratiques	Variations autour de la trace	Développement 30 page 411, Sopena
323	Exercices sur les coniques	Théorème de Joachimstal	Développement 23 page 160, Pasquier
324	Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes	Théorème de Céva	Développement 15 page 360, Sopena
325	Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine	Médiatrices du triangle	Page 237, Sopena
326	Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.	Groupe des isométries du cube ou Groupe des isométries du tétraèdre ou Médiatrices du triangle	Page 293, Kieffer Sopena Sopena
327	Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux	Décomposition polaire	Développement 23 page 387, Sopena
328	Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3	Groupe des isométries du cube ou	Page 293, Kieffer

		Groupe des isométries du tétradère ou Médiatrices du triangle	Sopena Sopena
329	Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace	Groupe des isométries du cube ou Groupe des isométries du tétradère	Page 293, Kieffer Sopena

Analyse et probabilités : leçons 201 à 233.

201	Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.	Théorème de point fixe dans un complet et dans un compact	Page 134-136, Dantzer
202	Séries à termes réels positifs. Applications.	Comparaison série intégrale	Page 242, Dantzer
203	Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence.	Critère d'Abel + étude de $\sum \frac{e^{in\theta}}{n^\alpha}$	Page 360, Kieffer
204	Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.	Approximation de π par la méthode d'Archimède	Sopena
205	Écriture décimale d'un nombre réel. Cas des nombres rationnels.	Développement décimal illimité propre + R est non dénombrable ou Périodicité du développement décimal d'un rationnel	Page 103 Éléments d'analyse réelle, Rombaldi Franchini page 141
206	Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.	Méthode de Newton	Développement 8 page 334, Sopena
207	Théorèmes des accroissements finis. Applications.	Théorème de Rolle et égalité des accroissements finis + lien monotonie / signe de la dérivée	Page 451-452, Kieffer
208	Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.	Inégalité de Jensen, classement des moyennes, inégalité de Hölder	Page 462 – 467, Kieffer
209	Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.	Taylor Lagrange et Taylor Young	Pruneau
210	Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.	Théorème de continuité / dérivabilité	Page 482-484, Kieffer
211	Séries de fonctions. Propriété de la somme, exemples.	Fonction Zeta Riemann	Développement 12 page 350, Sopena
212	Séries entières d'une variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.	Propriétés de la somme + Méthode de l'équation différentielle	Pruneau Page 322 Dantzer
213	Série de Fourier d'une fonction périodique. Propriétés de la somme. Exemples.	Théorème de Dirichlet ou $\sum 1/n^2 \dots$	Pruneau Monier MP
214	Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.	Méthode de Simpson	Kieffer
215	Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de R (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.	Convergence de l'intégrale de Dirichlet	Page 227 – 231, Dantzer Sopena Deschamps II pour l'IPP
216	Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.	Fonction Gamma d'Euler	Page 364, Éléments d'analyse réelle, Rombaldi
217	Equations différentielles linéaires d'ordre deux : $x''+a(t)x'+b(t)x=c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de R.	Wronskien Equation différentielle et série entière	Kieffer Exercice 18,10 page 331, Dantzer

218	Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.	Stabilité du système $X'=AX$ ou Résolution de $X'=AX$ par trigonalisation	Deschamps, exercices du chapitre 18
219	Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique ou d'une équation différentielle.	Méthode de Newton	Développement 8 page 334, Sopena
220	Etude des courbes planes	Branches infinies d'une courbe paramétrée en coordonnées polaires	Développement 28 page 404, Sopena
221	Parties compactes de $\mathbb{R}^n$. Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.	Equivalences de normes Compact / fermé borné	Kieffer / Dantzer
222	Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonction de classe C^1 . Exemples.	Droite de régression linéaire	Développement 19 page 372, Sopena
223	Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles.	Droite de régression linéaire	Développement 19 page 372, Sopena
224	Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.	Compact $\Rightarrow$ fermé borné Équivalence des normes	Dantzer page 53 Dantzer page 164
225	Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.	Un exemple de norme triple f est continue $\Leftrightarrow \ker(f)$ est fermé	Deschamps page 266 Dantzer page 181
226	Suites dans un espace vectoriel normé.	Théorèmes de points fixes	Page 134 – 136 Dantzer
227	Théorèmes des points fixes.	Théorème de point fixe dans un complet et dans un compact	Page 134-136, Dantzer
228	Espérance, variance. Applications.	Weierstrass-Stone	Page 454, Dantzer
229	Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.	Propriété de la loi sans mémoire	Livre de Charles Suquet
230	Conditionnement et indépendance en probabilités. Exemples.	Borel-Cantelli et un exemple	Livre de Charles Suquet page 336
231	Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi. Variables aléatoires de même loi binomiale et approximation de la loi binomiale.	Weierstrass-Stone	Page 454, Dantzer
232	Loi normale en probabilités et en statistiques.	Loi normale vers loi normale centrée réduite Existence d'un unique u_α Intervalle de fluctuation / confiance	Page 129, Escoffier Dupont page 126 Dupont page 266
233	Couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'application.	Droite de régression linéaire	Développement 19 page 372, Sopena

Analyse et probabilités : planches 401 à 434

N°	Titre	Exercice à développer	Référence
401	Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes	Développement asymptotique de la série harmonique	Exercice 28 page 50, Rombaldi exos
402	Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence ou de façon implicite	Méthode de Newton	Sopena page 254
403	Exemples de séries à termes réels ou complexes absolument convergentes et semi-convergentes	Calcul de la somme d'une série alternée	Développement 17 page 260, Ketrane
404	Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique	Critère d'Abel + étude de $\sum \frac{e^{in\theta}}{n^\alpha}$	Page 360, Kieffer
405	Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes	Développement asymptotique de la série harmonique	Exercice 28 page 50, Rombaldi exos
406	Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Estimation de l'erreur	Méthode de Newton	Sopena page 254
407	Exemples d'approximations d'un nombre réel. Aspects algorithmiques	Méthode de Newton	Sopena page 254
408	Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions	Fonction Zeta Riemann	Développement 12 page 350, Sopena
409	Exemples d'étude de fonctions définies par une série	Fonction Zeta Riemann	Développement 12 page 350, Sopena
410	Exercices sur les séries entières et leurs applications	Série entière et ED	Exercice 18,7 page 324 et 18,10 page 331, Dantzer
411	Exemples de séries de Fourier et de leurs applications	$\sum 1/n^2 \dots$	Monier MP
412	Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles	Méthode de Simpson	Kieffer
413	Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques	Weierstrass-Stone	Dantzer
414	Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables	Branches infinies d'une courbe d'équation polaire	Sopena
415	Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles	Droite de régression linéaire	Sopena
416	Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Aspect algorithmique	Méthode de Simpson	Kieffer
417	Exemples d'étude d'intégrales généralisées	Fonction Gamma d'Euler	Page 364, Eléments d'analyse réelle, Rombaldi
418	Exemples d'utilisation d'intégrales simples et multiples : calculs de longueurs, d'aires, de volumes...	Intégrale double pour calculer l'intégrale de Gauss	Exercice 24,1 page 349, Rombaldi ex
419	Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone	Calcul de $\sum \sin(nx)/n$	Page 387, Eléments d'analyse réelle, Rombaldi
420	Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale	Fonction Gamma d'Euler	Page 364, Eléments d'analyse réelle, Rombaldi

421	Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires	Équation différentielle et série entière	Exercice 18,10 page 331, Dantzer
422	Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires	Stabilité du système $X'=AX$	Deschamps II, exercice 18.11 page 768
423	Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels	Stabilité du système $X'=AX$	Deschamps II, exercice 18.11 page 768
424	Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse	Intégrale double pour calculer l'intégrale de Gauss	Exercice 24,1 page 349, Rombaldi ex
425	Exercices utilisant des probabilités conditionnelles et la notion d'indépendance	Galton Watson	Deschamps II
426	Exercices faisant intervenir des variables aléatoires	Approximation de π par l'aiguille de Buffon	Exercice 140 page 679, Pulkowski
427	Exemples d'estimation en statistiques : estimation ponctuelle, estimation par intervalles de confiance	Approximation de π par l'aiguille de Buffon	Exercice 140 page 679, Pulkowski
428	Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistiques	Approximation de π par l'aiguille de Buffon	Exercice 140 page 679, Pulkowski
429	Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme	Normes subordonnées aux normes usuelles	Développement 1 page 309, Sopena
430	Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(x) = 0$.	Méthode de Newton	Sopena page 524
431	Exemples d'équations fonctionnelles.	Propriété de la loi sans mémoire	Livre de Charles Suquet
432	Exemples d'applications de la notion de compacité	D'Alembert Gauss	Développement 26 page 396, Sopena Développement 24 page 165, Pasquier
433	Exemples d'utilisation d'inégalités classiques en analyse et en probabilités	Inégalité de convexité et de Markov	Exercice 17,14, Deschamps II
434	Exemples d'utilisation de polynômes en analyse	Weierstrass-Stone	Page 454, Dantzer